Hochschule RheinMain SS 2016
Prof. Dr. D. Lehmann

1. Übungsblatt zur Vorlesung
Lineare Optimierung

1.Aufgabe (Wdh. LinAlg): Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 1 \\ -2 & 6 & 9 & 0 \\ 4 & -3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1} mit Hilfe des Gauss-Algorithmus.

2.Aufgabe: Betrachten Sie das folgende lineare Optimierungsproblem (das ist das Beispiel 1 aus der Vorlesung):

$$F(x,y) \;:=\; 300x + 500y \overset{!}{\to} \max \tag{1}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x + 2y &\leq 170 &(2)\\ x + y &\leq 150 &(3)\\ 3y &\leq 180 &(4)\\ x,\ y &\geq 0\,. &(5) \end{aligned}$$

a) Skizzieren Sie die Gebiete, die durch die Ungleichungen (2),(3),(4) und (5) gegeben sind, in der (x,y)-Ebene.

b) Skizzieren Sie die Höhenlinien von F aus (1), das heisst, die Mengen, die gegeben sind durch die Bedingung $F(x,y) \overset{!}{=} const.$, in der (x,y)-Ebene.

c) Bestimmen Sie jetzt mit Hilfe der Skizzen aus (a) und (b) das Maximum der Funktion F unter den Nebenbedingungen (2,3,4,5).

Ein Vorgehen wie in (a-c) heisst 'graphische Lösungsmethode'. Das geht offensichtlich nur bei 2 oder vielleicht noch 3 Variablen.

3.Aufgabe: Gegeben seien n Daten $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

a) Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(\mu) := \sum_{i=1}^{n}(\mu - x_i)^2$ mit Hilfe einer analytischen Rechnung.

b) Formulieren Sie das Problem: Gesucht ist ein $m \in \mathbb{R}$ mit

$$g(m) \; := \; \sum_{i=1}^{n} |m - x_i| \; \stackrel{!}{\to} \; \min$$

als lineares Optimierungsproblem.

c) Versuchen Sie, die Lösung des Problems (b) möglichst genau zu charakterisieren. Nehmen Sie dazu an, dass n ungerade ist und dass die x_i paarweise verschieden sind, also $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$.